Commencé le	jeudi 23 novembre 2023, 17:27
État	Terminé
Terminé le	jeudi 23 novembre 2023, 17:56
Temps mis	28 min 14 s
Note	**19,50** sur 20,00 (**97,5**%)

Question **1**

Correct

Note de 2,50 sur 2,50

Marquer la question

Nous avons mélangé 16 **paires** de **chaussettes** de seize marques différentes et nous avons choisi au hasard **4 chaussettes**.

N.B : Arrondissez à **quatre décimales** après la virgule et les réponses sous forme de fraction **ne seront pas acceptées**.

1. Que vaut le cardinal de l'ensemble fondamental associé à cette expérience aléatoire ?

35960 ✔

2. Combien de possibilités existent-ils pour obtenir **0** ***paire*** de chaussettes de même marque ?

29120 ✔

3. La probabilité d'obtenir **exactement trois** paires est égale à

0 ✔

4. La probabilité d'obtenir **au moins une** paire est égale à

0,1902 ✔

5. La probabilité d'obtenir **exactement une** paire est égale à

0,1869 ✔

Q1 16 paires et on tire 4 chaussettes

① $\#\Omega = C_{32}^{4} = \frac{32!}{4! \cdot (32-4)!} = 35\,960$

- 4 car on en tire 4
- 32 car au total on a 32 chaussettes → 16 paires donc $16 \cdot 2 = 32$

② Possibilités d'obtenir 0 paire de la même marque ?

$$\frac{C_{32}^{1} \cdot C_{30}^{1} \cdot C_{28}^{1} \cdot C_{26}^{1}}{4!} = 29120$$

$C_{32}^{1} = \frac{32!}{1! \cdot (32-1)!} = 32$

$C_{30}^{1} = \frac{30!}{1! \cdot (30-1)!} = 30$

$C_{28}^{1} = \frac{28!}{1! \cdot (28-1)!} = 28$

$C_{26}^{1} = \frac{26!}{1! \cdot (26-1)!} = 26$

③ Probabilité d'obtenir 3 paires :

3 paires = 6 chaussettes

Mais on en tire que 4 (énoncé), donc $P(3 \text{ paires}) = 0$

④ Probabilité d'obtenir minimum 1 paire :

A = Avoir au moins une paire

$\bar{A}$ = Avoir 4 chaussettes ≠ (c'est ce qu'on veut pas avoir)

$P(A) = \frac{\#\bar{A}}{\#\Omega} = \frac{29\,120}{35\,960} = 0,8098$

↳ on a trouvé les données dans les exos précédents

⑤ Probabilité d'avoir exactement 1 paire :

→ on doit toujours tirer 4 chaussettes (énoncé)

→ on doit tirer 1 paire + 2 chaussettes au hasard

A = 1 paire et 2 chaussettes

$C_{16}^{1} = 16$ $\quad \frac{C_{30}^{1} \cdot C_{28}^{1}}{2!} = 420$

on commence à 30 car on a déjà tiré 1 paire donc 2 chaussettes $32 - 2 = 30$

$\#A = 16 \cdot 420 = 6720$ $\quad P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{6720}{35\,960} = 0,1869$

Question **2**

Partiellement correct

Note de 4,50 sur 5,00

Marquer la question

Un groupe de 11 étudiants composé de 7 filles, Nour, Ines, Eva, Maryam, Sophie, Sara et Nicole, et de 4 garçons, Adam, Johann, Simon et Elias, se mettent au hasard autour d'une table ronde.

En ne prenant en compte que ***les positions relatives*** des étudiants, répondez aux questions suivantes.

N.B : Arrondissez à **trois décimales** après la virgule et les réponses sous forme de fraction **ne seront pas acceptées**.

1. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants ?

362880 ✔

2. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants si Eva et Nicole veulent être assises ensemble ?

72576(✔

3. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants si Elias et Simon ne doivent pas être assis ensemble ?

290304(✔

4. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants si les filles veulent être assises ensemble ?

12096(✔

5. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants si Eva et Maryam veulent être assises ensemble, de même que Simon et Johann ?

16128(✔

6. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants pour qu'il y ait ***exactement une seule*** personne entre Ines et Nour ?

72576(✔

7. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants pour qu'il y ait ***exactement deux*** **personnes** entre Nicole et Eva ?

72576(✔

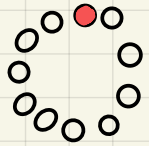
8. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants pour qu'il y ait ***exactement trois*** personnes entre Maryam et Sophie ?

72576(✔

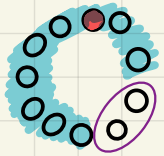
9. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants pour qu'il y ait ***exactement quatre*** personnes entre Maryam et Sophie ?

725760 ✔

Q_2

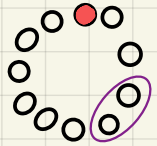
① 

$10! \cdot 1! = 3\,628\,800$

② 

Assises ensembles = 1 entité

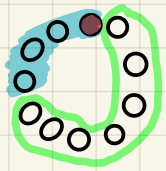
$2! \cdot 9! \cdot 1! = 725\,760$

③ 

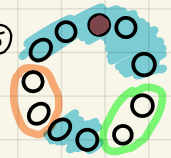
2 Ne doivent pas être assises ensembles

Tous les cas possibles − les cas où elles sont ensembles

362 880 − 72 576 = 290 340

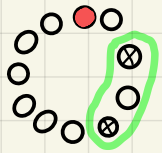
④ 

$7! \cdot 4! \cdot 1! = 120\,960$

⑤ 

$2! \cdot 2! \cdot 8! \cdot 1! = 161\,280$

$= 1$
$= 1$ } $9 - 1 = 8$ ↳ formule n − 1
$= 7$

⑥ 

$C_9^1 \cdot 2! \cdot 8! \cdot 1!$

$\Leftrightarrow \frac{9!}{1! \cdot (9-1)!} \cdot 2! \cdot 8! \cdot 1! = 725\,760$

↳ 9

⑦

$C_9^2 \cdot 2! \cdot 7! \cdot 1!$

$\Leftrightarrow \frac{9!}{2! \cdot (9-2)!} \quad 2! \cdot 2! \cdot 7! \cdot 1! = 725\,760$

↳ 36

⑧

$C_9^3 \cdot 2! \cdot 6! \cdot 1!$

$\Leftrightarrow 84 \cdot 2! \cdot 3! \cdot 6! \cdot 1! = 725\,760$

⑨

$C_9^4 \cdot 2! \cdot 5! \cdot 1!$

$\Leftrightarrow 126 \cdot 2! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 1! = 725\,760$

10. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants pour qu'il y ait ***exactement un seul garçon*** entre Ines et Nour ?

32256(✔

11. De combien de façon peut-on positionner ces 11 étudiants pour qu'il y ait ***exactement un seul garçon*** entre Sara et Adam ?

24192(✔

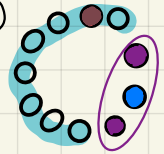
12. Quelle est la probabilité pour qu'il y ait ***au moins une*** personne entre Sophie et Maryam ?

0,8 ✔

13. Quelle est la probabilité pour que ***tous*** les garçons soient entre Eva et Nicole ?

0,003 ✘

(10)

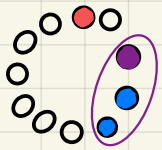


- filles
- garçons

$C_4^1 \cdot 2! \cdot 8! \cdot 1!$

$\frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} \cdot 2! \; 8! \cdot 1! = 322\,560$

(11)



$C_3^1 \cdot 2! \cdot 8! \cdot 1! = 241920$

↳ car Adam est déjà positionné donc il reste que 3 garçons à positionner

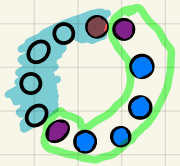
(12) Probabilité qu'il y ait au moins 1 personne entre Sophie et Maryam :

Tous les cas − cas où elles sont ensembles = #A

$362\,880 - 72\,576 = 290\,304$

$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{290304}{362\,880} = 0,8$

(13)



$2! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 1! = 5760 \rightarrow \#A$

$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{5760}{362\,880} = 0,0159$

Question **3**

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

Marquer la question

Soit (Ω, F, P) un espace probabilisé et soient $A_1, A_2, \ldots, A_n$ des éléments de F où n est un entier naturel strictement supérieur à 1.

1. Les deux événements A_1 et A_2 sont dits mutuellement exclusifs ✔ssi $A_1 \cap A_2 = \emptyset$.
2. Si l'événement A_2 est de probabilité non nulle, la probabilité conditionnelle ✔de A_1 sachant A_2 est définie par:

$$P(A_1|A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}.$$

3. La loi d'addition ✔:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2).$$

4. Les deux événements A_1 et A_2 sont mutuellement indépendants ✔si et seulement si

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2).$$

Théorème (des probabilités totales) ✔

Soient $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un espace probabilisé et $E_1, E_2, \ldots, E_n \in \mathcal{F}$. Si $E_1, E_2, \ldots, E_n$ forment une partition ✔de Ω, alors pour tout $A \in \mathcal{A}$, on a

$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(E_k) \times P(A|E_k).$$

Théorie

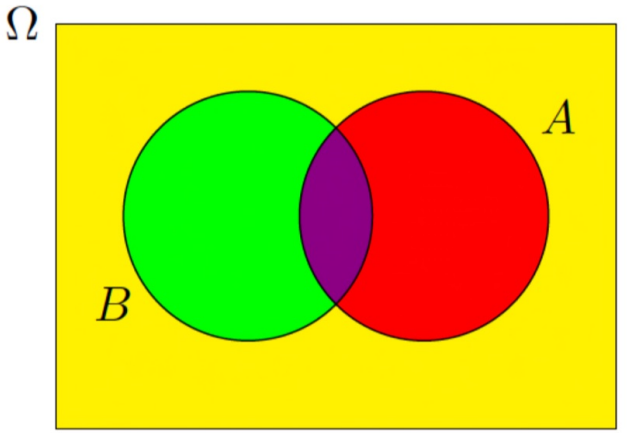
Question **4**

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

Marquer la question

Soit (Ω, F) un espace probabiliste et $A, B \in F$. Soit le diagramme de Venn suivant:



$\overline{A \cup B}$ correspond	à la zone jaune ✔
$(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ correspond	aux zones verte et rouge ✔
$\overline{B}$ correspond	aux zones rouge et jaune ✔
$A \setminus B$ correspond	à la zone rouge ✔
$\overline{A} \cup \overline{B}$ correspond	aux zones rouge, verte et jaune ✔
$(A \cap B) \cup \overline{B}$ correspond	aux zones violette, rouge et jaune ✔
$A \cup B$ correspond	aux zones rouge, violette et verte ✔
$B \setminus A$ correspond	à la zone verte ✔
$A \cap B$ correspond	à la zone violette ✔
A correspond	aux zones rouge et violette ✔
B correspond	aux zones verte et violette ✔
$\overline{A}$ correspond	aux zones verte et jaune ✔

Question **5**

Correct

Note de 1,50 sur 1,50

Marquer la question

1. Combien y a-t-il de ***nombres*** à 7 chiffres ?

900000 ✔

1. Combien y a-t-il de ***nombres*** à 7 chiffres n'ayant aucun chiffre qui ***se répète*** ?

544320 ✔

2. Combien y a-t-il de ***nombres impairs*** à 7 chiffres n'ayant aucun chiffre qui ***se répète*** ?

26880 ✔

3. Combien y a-t-il de ***nombres pairs*** à 7 chiffres n'ayant aucun chiffre qui ***se répète*** ?

275520 ✔

Q5

① 9 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 → 9 000 000 : 9.10.10.10.10.10.10

↳ ici, on ne peut pas compter "0" donc on peut placer que 9 chiffres

② 9 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 → 544 320 : 9.9.8.7.6.5.4

↳ on a 10 chiffres à la base, on en a placé 1 et on a récuperer le "0" qui on peut désormais aussi placé donc au final on a 9 possibilité car on a placé qu'un chiffre 10 - 1 = 9

③ 8 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 5 → 268 800 : 8.8.7.6.5.4.5

↳ on commence toujours par la condition (avoir un nombre impair)

~ ensuite on trouve les possibilités de la 1ère case :
- on ne peut pas mettre 0
- on a placé la dernière case

donc on a 10 - 2 chiffres = 8

~ Pour la 2e case :
- on a 1 chiffre en moins (celui de la première case)
- on a 1 chiffre en moins (celui de la dernière case)
- on peut placer le "0"

donc 9 - 2 + 1 = 8

④ 8 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 4 → Pour les nombres pairs sans "0"

9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 1 → Pour les nombres finissant par "0"

(8.8.7.6.5.4.4) + (9.8.7.6.5.4.1) = 275 520

Question **6**
Correct
Note de 1,00 sur 1,00
Marquer la question

Soit le jeu du Monty Hall légèrement modifié: il y a **11** portes et derrière l'une d'elles, il y a une Cadillac.

- **Etape 1:** Le candidat choisit au hasard **une** porte, sans que toutefois ce qui se cache derrière (Cadillac ou pas) soit révélé à ce stade.
- **Etape 2:** Le présentateur ouvre **4** des portes restantes mais bien évidemment pas la porte à la Cadillac (Le présentateur sait ce qu'il y a derrière chaque porte).
- **Etape 3:** Le candidat, pour maximiser ses chances de gagner, change de porte.

N.B : Arrondissez à **trois décimales** après la virgule et les réponses sous forme de fraction **ne seront pas acceptées**.

1. Si le candidat ne change pas de porte, quelle est la probabilité qu'il gagne ?
   0,091 ✔
2. Si le candidat change de porte, quelle est la probabilité qu'il gagne ?
   0,152 ✔
3. Le candidat ***augmentera*** ses chances de gagner la Cadillac ***en changeant*** son choix initial Vrai ✔

Q6

① $P = \frac{1}{11} = 0,091$

↳ 1 chance sur 11 de gagner

Portes OUVERTES par le présentateur

Porte choisie mais pas ouverte par le candidat

② $P = \frac{n-1}{n.(n-1-p)} = \frac{11-1}{11.(11-1-4)} = \frac{10}{66} = 0,152$

↳ p = nb de portes ouvertes

③ Si il change de porte il augmente ses chances de gagner :

$0,091 < 0,152$ donc vrai

Question **7**
Correct
Note de 0,50 sur 0,50
Marquer la question

1. Une expérience aléatoire ✔ est un processus ✔ qui engendre ✔ des résultats et dont on ne peut pas ✔ prédire avec certitude ✔ lequel des résultats sera obtenu.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire est appelé ensemble fondamental ✔ et noté omega majuscule ✔

→ Théorie

Question **8**

Correct

Note de 3,00 sur 3,00

Marquer la question

À partir d'un groupe composé de 5 filles, dont Elise et Sarah, et de 4 garçons, dont Ahmed et Antoine, on forme des comités de trois filles et de trois garçons.

N.B : Arrondissez à **trois décimales** après la virgule et les réponses sous forme de fraction **ne seront pas acceptées**.

1. Combien de comités différents peut-on former ?

40 ✔

2. Combien de comités différents peut-on former si Elise et Ahmed refusent de siéger simultanément au comité ?

22 ✔

3. Combien de comités différents peut-on former si Elise et Sarah doivent siéger simultanément au comité ?

12 ✔

4. Combien de comités différents peut-on former si Elise et Sarah ne doivent pas siéger simultanément au comité ?

28 ✔

5. Quelle est la probabilité pour que Sarah et Antoine siègent simultanément au comité ?

0,45 ✔

6. Quelle est la probabilité pour que Sarah et Ahmed ne siègent pas simultanément au comité ?

0,55 ✔

Q8.

① $C_5^3 \cdot C_4^3 = \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} \cdot \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} = 40$

3 car on forme des comités de 3 F et 3 G

Garçons Filles

② Tous les cas possibles − les cas où Elise et Ahmed sont côte à côte :

$40 - \boxed{C_4^2 \cdot C_3^2} = 18$

Comité de 2 personnes, Elise et Ahmed

5 − 1 = 4 4 − 1 = 3

↳ on retire Elise ↳ on retire Ahmed

40 − 18 = 22

③ $C_3^1 \cdot C_4^3 = 12$

↳ 5 − 2 = 3 (- Elise et Sarah)

④ 40 − 12 = 28

↳ Tous les cas − les cas où elles sont ensembles

⑤ Cas où ils sont ensembles : $C_4^2 \cdot C_3^2 = 18$: $\#A$

$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{18}{40} = 0,45$

⑥ Cas où ils sont pas ensembles : 22 → $\#A$

$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{22}{40} = 0,55$

Question **10**

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

Marquer la question

Soit Ω l'ensemble fondamental associé à une expérience aléatoire.

1. Nous désignons par $\mathcal{F}$ l'ensemble de tous les [événements] ✔ associés à une expérience aléatoire.
2. Nous désignons par $\mathcal{P}(\Omega)$ l'ensemble de tous les [sous-ensembles] ✔ de Ω.
3. Le couple $(\Omega, \mathcal{F})$ est appelé [espace probabiliste] ✔.
4. Le triplet $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ est appelé [espace probabilisé] ✔.

Question **11**

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

Marquer la question

Soit (Ω, F) est espace probabiliste et $A, B \in F$. Exprimez par des phrases les événements ci-dessous.

$A \cup B$ ✔	La réalisation d'au moins un des deux événements A et B
$A \subset B$ ✔	La réalisation de l'événement A entraîne la réalisation de l'événement B
$\bar{A}$ ✔	La non réalisation de l'événement A
$B \setminus A$ ✔	La réalisation de l'événement B sans la réalisation de l'événement A
$\overline{A \cup B}$ ✔	La non réalisation simultanée des événements A et B